STRUKTUR FILTER DIGITAL

I. Pendahuluan

Struktur filter digital ditentukan dari persamaan beda atau fungsi sistem yang disebut Direct Form I. Sebuah pandangan alternatif dari hasil persamaan yang sama disebut Direct form II. Struktur Filter digital sebagai cascade dan kombinasi paralel dari komponen orde kedua.

1.2 Persamaan Sistem

Persamaan yang melukiskan hubungan masukan/keluaran dalam waktu dan domain transformasi-z, adalah sebagai berikut:

Dalam domain waktu:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathrm{h(k)x(n-k)} \tag{1}$$

Persamaan beda:

$$y(n) = \sum_{k=1}^{M} a_k y(n-k) + \sum_{k=-N_F}^{N_P} b_k x(n-k) \tag{2}$$

Dalam domain transformasi-z, fungsi sistem dapat dieksresikan ke dalam dua bentuk. Pertama adalah penjumlahan

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N_P} b_k z^{-k} \Big/ 1 - \sum_{k=1}^{M} a_k z^{-k} \tag{3}$$

Kedua adalah perkalian

$$H(z) = Az^{N_F} \prod_{k=1}^{N_P+N_F} (1 - C_k z^{-1}) \Big/ \prod_{k=1}^{M} (1 - d_k z^{-1}) \tag{4}$$

1.3 Filter Catagories

Filter digital sering dikatagorikan baik oleh durasi tanggapan unit-sample atau dari strukturnya. Ketika sebuah *filter* menghasilkan tanggapan unit-sample dengan durasi tak terhingga (*infinite*), maka disebut *infinite impulse response* (IIR) *filter*. Jika tapis digital mempunyai tanggapan *unit-sample* dengan durasi *finite*, maka disebut *finite impulse response* (FIR).

Klasifikasi *filter* digital juga dapat berdasarkan struktur tapis/filter. Secara umum, keluaran *filter* dapat berupa sebuah fungsi yang akan datang, sekarang, dan masukan yang lalu. Jika keluaran adalah sebuah fungsi keluaran yang dulu, maka mekanisme umpan-balik atau *recursive* atau disebut *recursive filter*. Tapis *recursive* dapat dikenali dari persamaan, koefisien a_k dengan $1 \le k \le M$, dari pers (2) dan (3) adalah tidak nol, dan sedikitnya koefisien d_k untuk $1 \le k \le M$ pada persamaan (4) tidak nol.

Jika nilai keluaran tapis adalah fungsi yang hanya nilai runtun masukan, disebut *nonrecursive filter*. Atau dapat dengan mudah dikenali dengan persamaan, $a_k = 0$ pers(2) dan

(3) atau $d_k = 0$ pada pers(4). Untuk semua k. Semua nilai pole dari tapis *nonrecursive* adalah pada $z = 0$ adau $z = \infty$.

1.4 Direct Form Tipe 1 dan 2

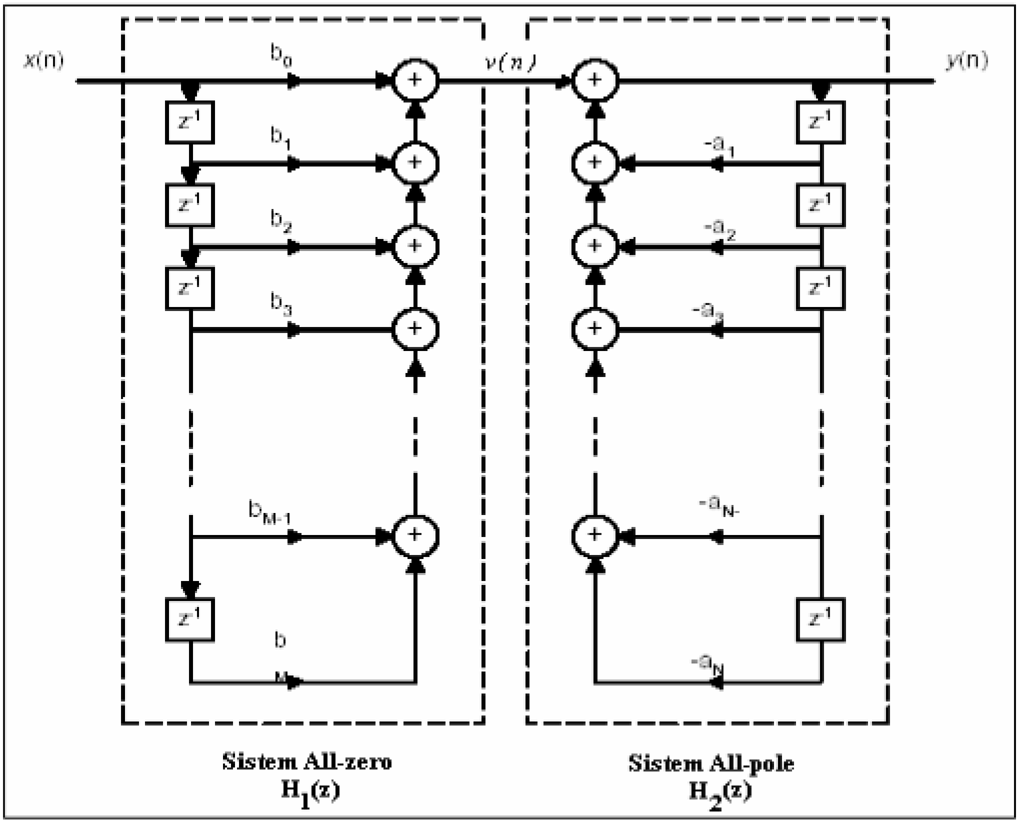
Fungsi karakteristik sistem IIR dapat dilihat sebagai dua sistem secara kaskade, yaitu:

$$H(z) = H_1(z)\, H_2(z)$$

dimana $H_1(z)$ terdiri atas zero dari $H(z)$ dan $H_2(z)$ terdiri atas pole dari $H(z)$,

$$H_1(z) = \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k} \qquad \text{dan} \qquad H_2(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

Persamaan di atas dapat diwujudkan dalam struktur IIR Direct Form I sebagai berikut:



Realisasi filter IIR ini memerlukan M + N + 1 perkalian, M + N penjumlahan dan menggunakan delay (memori) terpisah pada cuplikan sinyal *input* dan *output*nya. Lokasi memori yang dibutuhkan sebanyak M + N + 1 lokasi.

Struktur di atas dapat dinyatakan dalam persamaan perbedaan sebagai berikut :

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

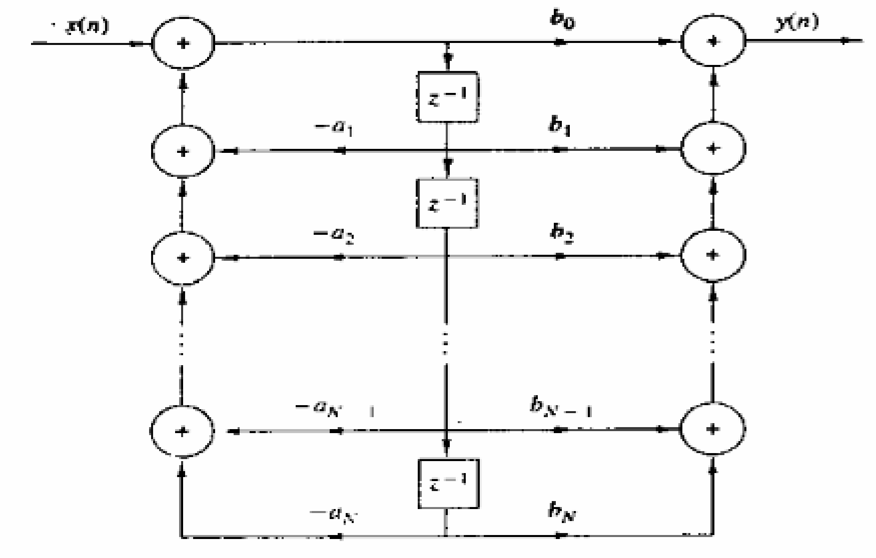
yang merupakan kascade dari sistem non-rekursif :

$$v(n) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

dan sistem rekursif :

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) + v(n)$$

Jika semua filter *all-pole* $H_2(z)$ diletakkan sebelum filter *all-zero* $H_1(z)$ diperoleh struktur yang lebih *compact* yang dinamakan struktur *Direct Form II* seperti pada gambar berikut :



Struktur di atas dapat dinyatakan dalam persamaan perbedaan sebagai berikut:

- untuk filter *all-pole*:

$$w(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_k w(n-k) + x(n)$$

- untuk sistem *all-zero* dimana $w(n)$ sebagai *input*nya:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M} b_k w(n-k)$$

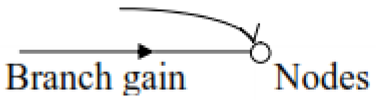
Persamaan di atas hanya mengandung *delay* pada deretan $\{w(n)\}$ sehingga hanya sebuah jalur *delay* tunggal atau satu set lokasi memori tunggal yang diperlukan untuk menyimpan nilai $\{(n)\}$sebelumnya.

Jadi, struktur IIR *Direct Form 2* tersebut hanya membutuhkan M + N + 1 perkalian, M+N penjumlahan dan nilai maksimum {M,N}lokasi memori. Karena realisasi *direct form 2* meminimasi jumlah lokasi memori, maka struktur tersebut dikatakan bersifat *canonic.*

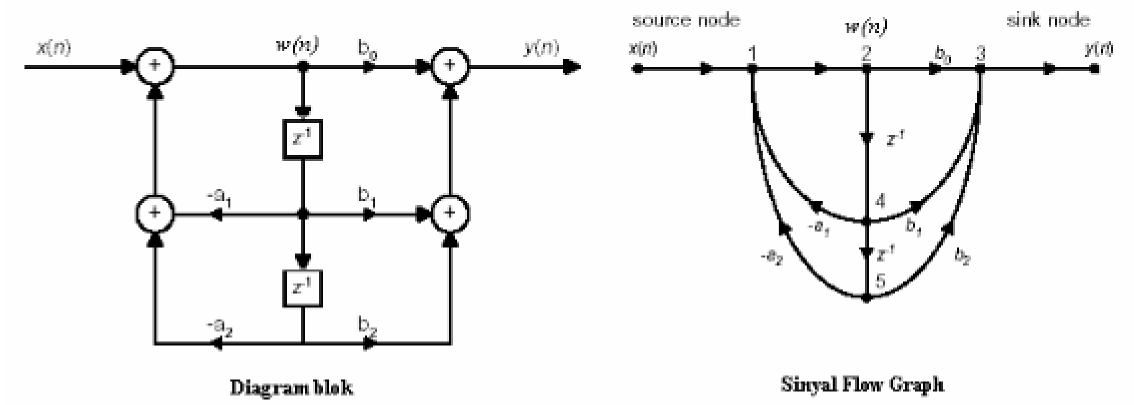
Kedua struktur di atas dikatakan *direct form* sebab diperoleh secara langsung dari fungsi sistem $H(z)$ tanpa penyusunan kembali $H(z)$ tersebut. Namun, keduanya sangat sensitif terhadap parameter kuantisasi dan oleh karenanya tidak direkomendasikan dalam aplikasi prakteknya.

1.5 Flow Graph

Sinyal *Flow Graph* menyediakan alternatif representasi grafis dari struktur diagram blok yang digunakan untuk mengilustrasikan realisasi dari sistem. Elemen utama dari *flow graph* adalah *branch* dan *node.*



Sinyal *flow graph* merupakan *set* dari *branch* terarah yang terhubung di *node*. Secara definisi, sinyal keluar dari sebuah *branch* sama dengan *gain branch* (fungsi sistem) dikalikan sinyal yang masuk ke *branch*. Sedangkan sinyal pada suatu *node* sama dengan jumlah sinyal dari semua branch yang terhubung ke *node* tersebut. Berikut ilustrasi dari filter IIR dua-pole dan dua-zero (orde dua) dalam bentuk diagram blok dan sinyal *flow graph*nya :



Sinyal *flow graph* di atas mempunyai lima node mulai dari 1 sampai 5. Dua dari node tersebut (1,3) merupakan *node* penjumlahan (yaitu berisi *adder*), sedangkan lainnya merepresentasikan titik percabangan (*branching point*). *Branch transmittance* ditujukan untuk *branch* dalam *flow graph.*

Struktur *filter direct form II* di atas dapat dinyatakan dalam persamaan perbedaan sebagai berikut :

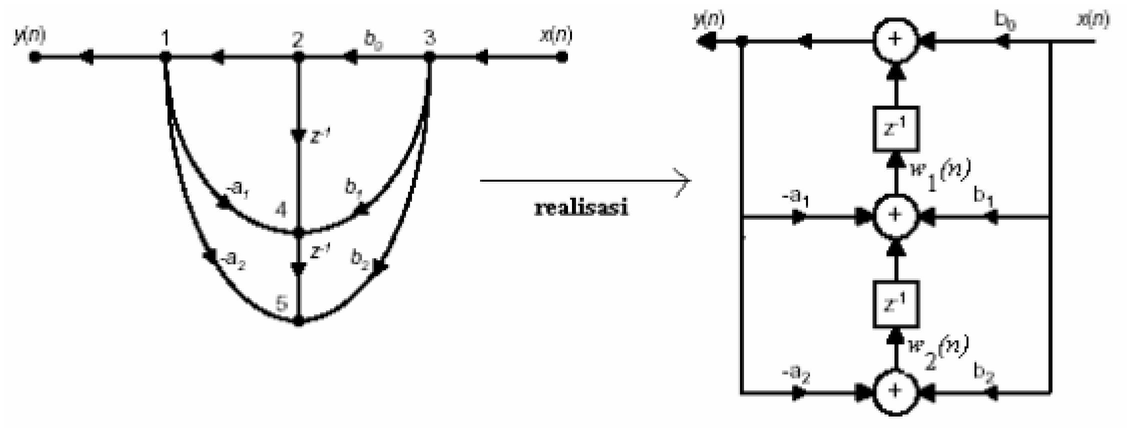
$$y(n) = b_0 w(n) + b_1 w(n-1) + b_2 w(n-2)$$

$$w(n) = -a_1 w(n-1) - a_2 w(n-2) + x(n)$$

Dengan *flow graph* sinyal linear, kita dapat mentransformasikan satu *flow graph* ke dalam *flow graph* lainnya tanpa mengubah hubungan *input-output* dasarnya untuk mendapatkan struktur sistem baru untuk sistem FIR dan IIR yaitu dengan *transposition* atau *flow-graph reversal theorem* yang menyatakan :

" *If we reverse the directions of all branch transmittance and interchange the input and output in the flow graph, the system function remain unchanged*"

Struktur yang dihasilkan disebut *transposed structure* atau *transposed form*. Contoh transposisi dari sinyal *flow graph* di atas dan realisasinya dalam diagram blok adalah sebagai berikut :



Sinyal flow graph hasil transposisi   Diagram blok filter

Struktur realisasi hasil transposisi filter direct form II tersebut dapat dinyatakan dalam persamaan perbedaan sebagai berikut :

$$y(n) = w_1(n-1) + b_0 x(n)$$

$$w_1(n) = w_2(n-1) - a_1 y(n) + b_1 x(n)$$

$$w_2(n) = -a_2 y(n) + b_2 x(n)$$

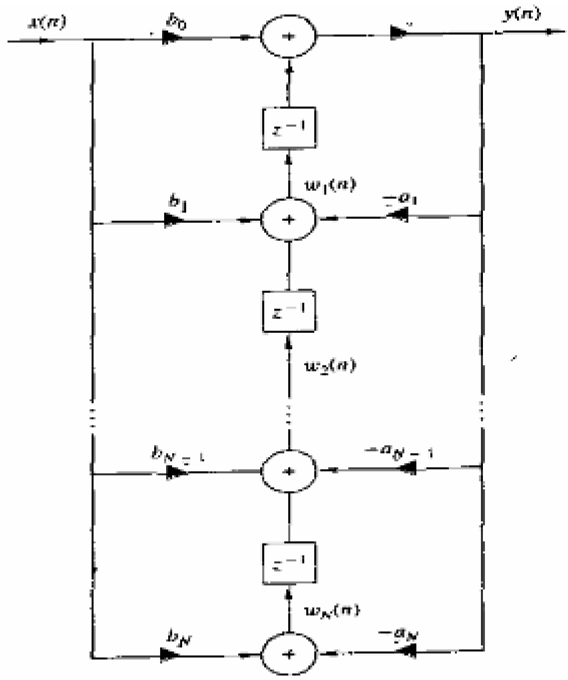
Secara umum, untuk hasil transposisi dari filter orde-N (asumsi N=M) IIR direct form II dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$y(n) = w_1(n-1) + b_0 x(n)$$

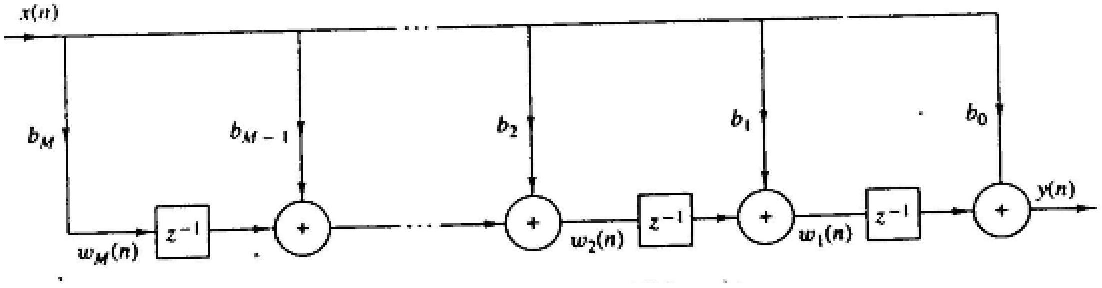
$$w_k(n) = w_{k+1}(n-1) - a_k y(n) + b_k x(n) \qquad k = 1,2,\ldots,N-1$$

$$w_N(n) = -a_N y(n) + b_N x(n)$$

Persamaan di atas dapat diwujudkan dengan struktur filter sebagai berikut :



Untuk sistem FIR, struktur direct form hasil transposisi dapat diperoleh dengan mensetting nilai a_k=0 dengan k=1,2,…,N. Struktur FIR hasil transposisi dapat digambarkan sebagai berikut :



Struktur di atas dapat dinyatakan dalam persamaan perbedaan sebagai berikut :

$$y(n) = w_1(n-1) + b_0 x(n)$$

$$w_k(n) = w_{k+1}(n-1) + b_k x(n) \qquad k = 1,2,\dots,M-1$$

$$w_M(n) = b_M x(n)$$

Secara keseluruhan, fungsi sistem IIR orde-2 (dua pole dan dua zero) untuk struktur direct form I, direct form II, maupun hasil transposisi direct form II mempunyai bentuk:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

Dari ketiga struktur tersebut di atas, struktur direct form 2 lebih disukai dikarenakan jumlah lokasi memori yang diperlukan untuk implementasi lebih kecil.

1.6 Struktur Kaskade orde 2

Persamaan fungsi sistem IIR orde tinggi:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

Sistem tersebut dapat difaktorkan ke dalam kaskade sub sistem orde-2, sehingga H(z) dapat dinyatakan sebagai:

$$H(z) = \prod_{k=1}^{K} H_k(z) \quad dengan\ \mathrm{K\ bagian\ integer\ dari} \frac{\mathrm{N}+1}{2}$$

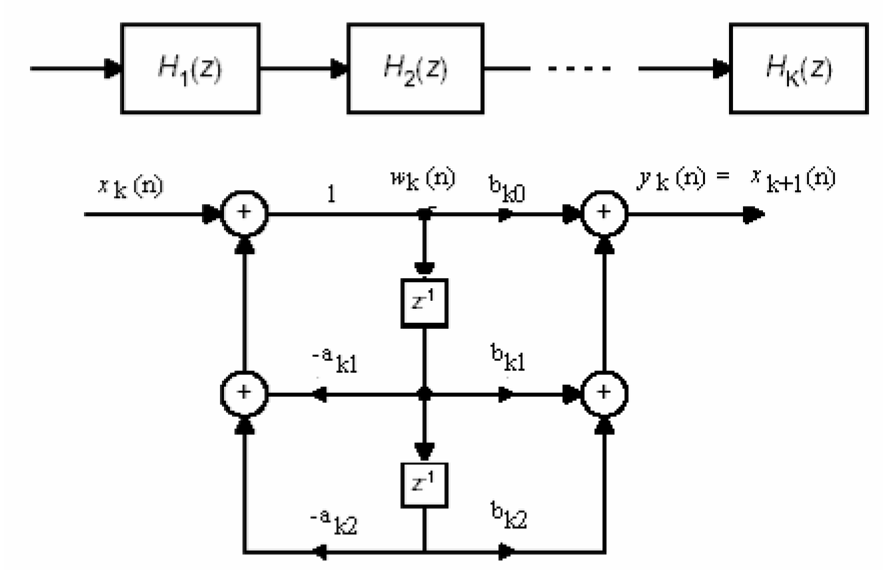
Fungsi sub-sistem orde-2 tersebut secara umum dinyatakan sebagai:

$$H_k(z) = \frac{b_{k0} + b_{k1} z^{-1} + b_{k2} z^{-2}}{1 + a_{k1} z^{-1} + a_{k2} z^{-2}}$$

Untuk FIR, nilai parameter b_0 untuk K sub-sistem filter bernilai $b_0 = b_{10} b_{20 \dots} b_{K0.}$

Jika N=M, beberapa sub-sistem orde-2 mempunyai koefisien pembilang yang bernilai nol, nol, yaitu baik b_{k2} = 0 atau b_{k1} = 0 atau b_{k2} = b_{k1} = 0 untuk beberapa nilai k. Jika N ganjil dan N = M , maka salah satu dari sub-sistem, H_k (z), harus mempunyai a_{k2} = 0, sehingga sub-sistem tersebut merupakan orde-1.

Bentuk umum dari struktur kaskade adalah sebagai berikut :



Jika kita menggunakan struktur direct form II untuk masing-masing subsistem, algoritma komputasi untuk merealisasikan sistem IIR dengan fungsi sistem *H*(*z*) dapat dijelaskan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$y_0(n) = x(n)$$

$$y_k(n) = x_{k+1}(n) \qquad k = 1,2,\ldots,K-1$$

$$y(n) = y_K(n)$$

$$w_k(n) = -a_{k1}w_k(n-1) - a_{k2}w_k(n-2) + y_{k-1}(n) \quad k = 1,2,\ldots,K$$

$$y_k(n) = b_{k0}w_k(n) + b_{k1}w_k(n-1) + b_{k2}w_k(n-2) \quad k = 1,2,\ldots,K$$

1) Tentukan realisasi kaskade dari sistem fungsi:

$$H(z) = \frac{10\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-\frac{2}{3}z^{-1}\right)\left(1+2z^{-1}\right)}{\left(1-\frac{3}{4}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{8}z^{-1}\right)\left(1-\left(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)z^{-1}\right)\left(1-\left(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)z^{-1}\right)}$$

Penyelesaian:

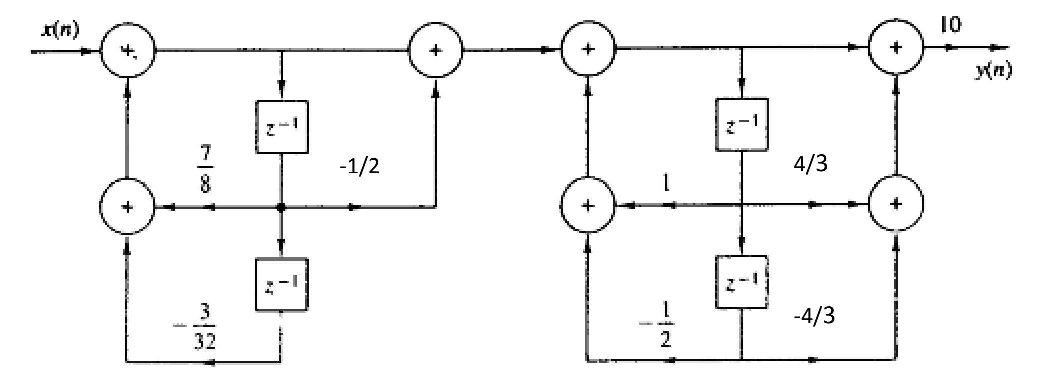
$$H_1(z) = \frac{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)}{1-\frac{7}{8}z^{-1}+\frac{3}{32}z^{-2}} \qquad \text{dan}$$

$$H_2(z) = \frac{(1+2z^{-1}-\frac{2}{3}z^{-1}-\frac{4}{3}z^{-2})}{1-z^{-1}+\frac{1}{2}z^{-2}}$$

$$= \frac{1+\frac{4}{3}z^{-1}-\frac{4}{3}z^{-2}}{1-z^{-1}+\frac{1}{2}z^{-2}}$$

Pasangan pole dan zero yang mungkin adalah:

Sehingga diagram blok realisasinya:



2) Contoh implementasi filter orde ke dua direct form

$$y(n) = 2r\cos(\omega_0)\, y(n-1) - r^2 y(n-2) + x(n) - r\cos(\omega_0)\, x(n-1)$$

Hubungan fungsi transfer adalah

$$H(z) = \frac{1 - r\cos(\omega_0) z^{-1}}{1 - 2r\cos(\omega_0)\, z^{-1} + r^2 z^{-2}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Struktur dirfect form 1 didapatkan dengan pemfaktoran fungsi sistem

$$Y(z) = H_1(z)H_2(z)X(z)$$

Dimana $H_1(z)$ adalah numerator dari H(z) dan $H_2(z)$ adalah remainder. Runtun intermediate {w(n)}, mempunyai trans-z W(z), adalah sbb:

$H_1(z) = 1 - r\cos(\omega_0)\, z^{-1} = \frac{W(z)}{X(z)}$ dan $H_2(z) = (1 - 2rcos(\omega_0) z^{-1} + r^2 z^{-2})^{-1} = \frac{Y(z)}{W(z)}$

Orde komponen tapis adalah *reverse*

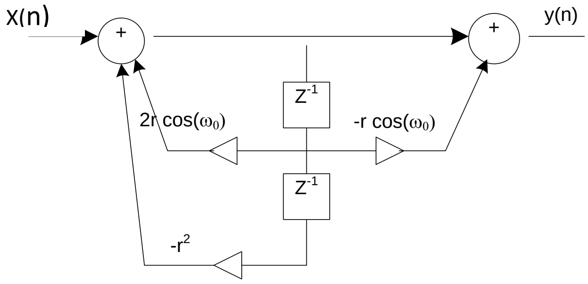
$$Y(z) = H_1(z)H_2(z)X(z)$$

Runtun kedua dari runtun {u(n)}, dengan trans-z U(z),

$$H_2(z) = (1 - 2rcos(\omega_0) z^{-1} + r^2 z^{-2})^{-1} = \frac{U(z)}{X(z)}$$

Dan

$$H_1(z) = 1 - r\cos(\omega_0)\, z^{-1} = \frac{Y(z)}{U(z)}$$



1) Contoh 2

Filter IIR dinyatakan dengan fungsi sbb:

$$H(z) = \left(\frac{1 + 0z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2}}\right)\left(\frac{2 - z^{-1}}{1 - 0.75z^{-1}}\right)$$

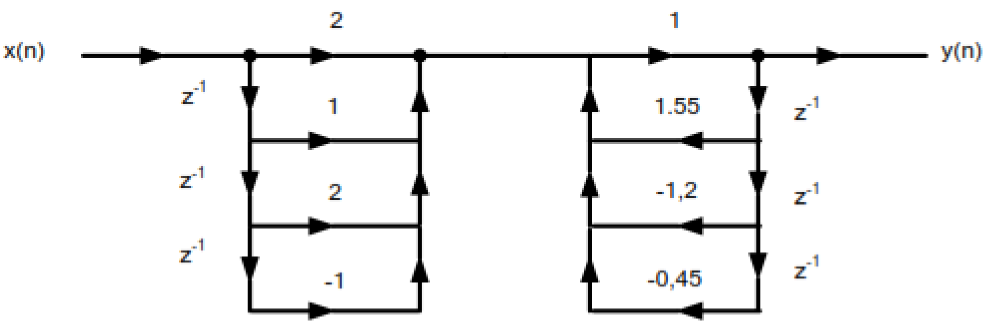
Gambarkan struktur Direct 1 dan 2

Penyelesaian:

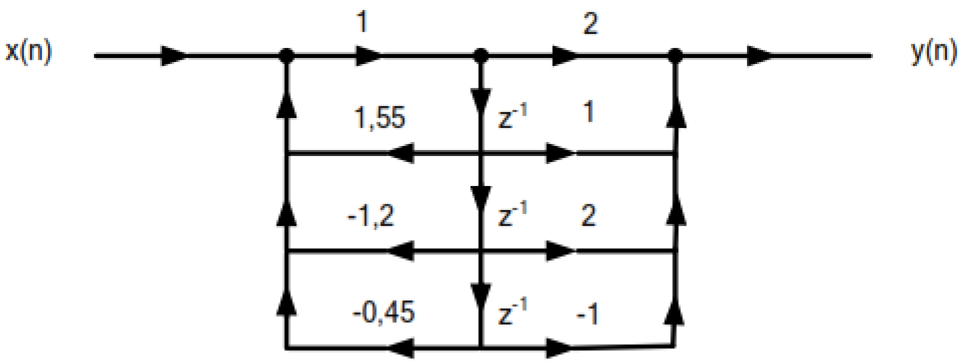
$$H(z) = \left(\frac{(1 + 0z^{-1} + z^{2})(2 - z^{-1})}{1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2} - 0.75z^{-1} + 0.6z^{-2} + 0.45z^{-3}}\right)$$

$$= \left(\frac{2 + 2z^{-2} - z^{-1} - z^{-3}}{1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2} - 0.75z^{-1} + 0.6z^{-2} + 0.45z^{--3}}\right)$$

$$= \frac{2 + z^{-1} + 2z^{-2} - z^{-3}}{1 - 1.55z^{-1} + 1.2z^{-2} + 0.45z^{-1}}$$



Direct form I structure



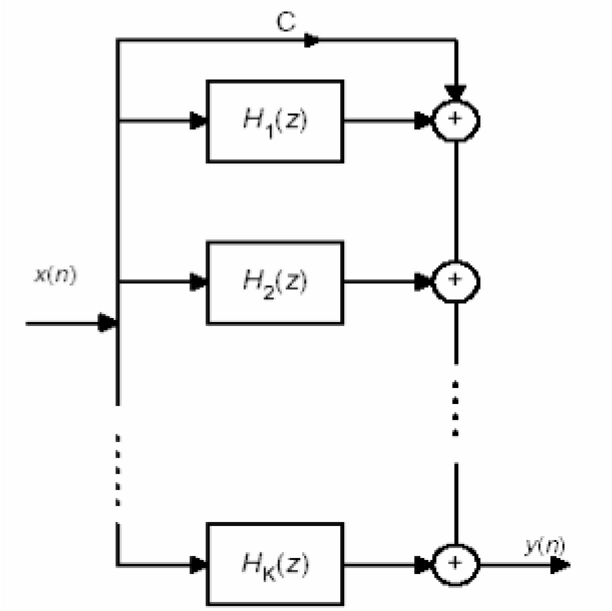
Direct form II structure

1.7 Struktur Paralel

Struktur paralel dari sistem IIR dapat diperoleh dengan ekspansi *partial-fraction* dari *H*(*z*). Dengan asumsi bahwa N = M dan pole-polenya berbeda, kita melakukan ekspansi *partial-fraction* *H*(z) untuk memperoleh :

$$\boxed{H(z) = C + \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{1 - p_k z^{-1}}}$$

dimana {*pk*} adalah pole-pole, {A_k} koefisien (residu) dalam ekspansi *partial-fraction* dan konstanta C didefinisikan $C = b_N/a_N$. Sistem *H*(*z*) di atas diimplikasikan dalam struktur yang terdiri atas bank paralel dari filter pole-tunggal.seperti pada diagram sebagai berikut :



Untuk menghindari perkalian oleh bilangan komplek, kita dapat mengkombinasikan pasangan pole komplek-konjugat untuk membentuk sub-sistem dua pole. Kita pun dapat mengkombinasikan pasangan pole bernilai real untuk membentuk sub-sistem dua-pole. Tiap sub-sistem ini mempunyai bentuk persamaan:

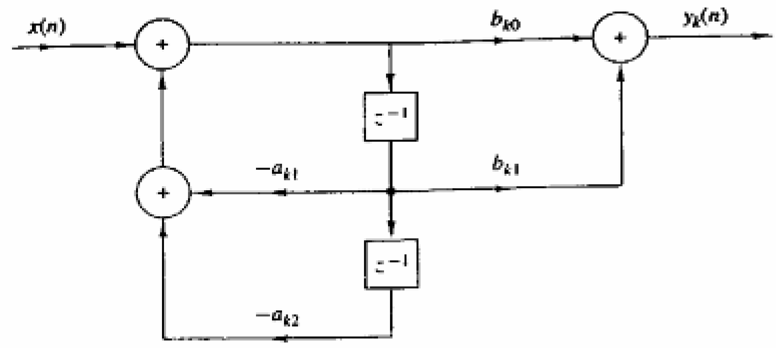
$$H_k(z) = \frac{b_{k0} + b_{k1} z^{-1}}{1 + a_{k1} z^{-1} + a_{k2} z^{-2}} \quad \text{dengan } \{b_{ki}\} \text{ dan } \{a_{ki}\} \text{ bernilai real}$$

Keseluruhan sistem dapat diekspresikan sbb:

$$H(z) = C + \sum_{k=1}^{K} H_k(z) \qquad \text{dengan K : bagian integer dari (N+1)/2}$$

Jika N ganjil, satu dari $H_k(z)$ merupakan sistem pole tunggal ($b_{k1} = a_{k2} = 0$).

Implementasi H(z) dapat diwujudkan dengan struktur direct form II sebagai berikut :



Persamaan realisasi bentuk paralel dari sistem FIR dengan struktur direct form II:

$$w_k(n) = -a_{k1}w_k(n-1) - a_{k2}w_k(n-2) + x(n) \qquad k = 1,2,\ldots,K$$

$$y_k(n) = b_{k0}w_k(n) + b_{k1}w_k(n-1) \qquad k = 1,2,\ldots,K$$

$$y(n) = Cx(n) + \sum_{k=1}^{K} y_k(n)$$

Contoh:

1) Tentukan realisasi paralel dari sistem fungsi:

$$H(z) = \frac{10\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-\frac{2}{3}z^{-1}\right)\left(1+2z^{-1}\right)}{\left(1-\frac{3}{4}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{8}z^{-1}\right)\left(1-\left(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)z^{-1}\right)\left(1-\left(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)z^{-1}\right)}$$

Penyelesaian:

H(z) harus dipecah secara parsial:

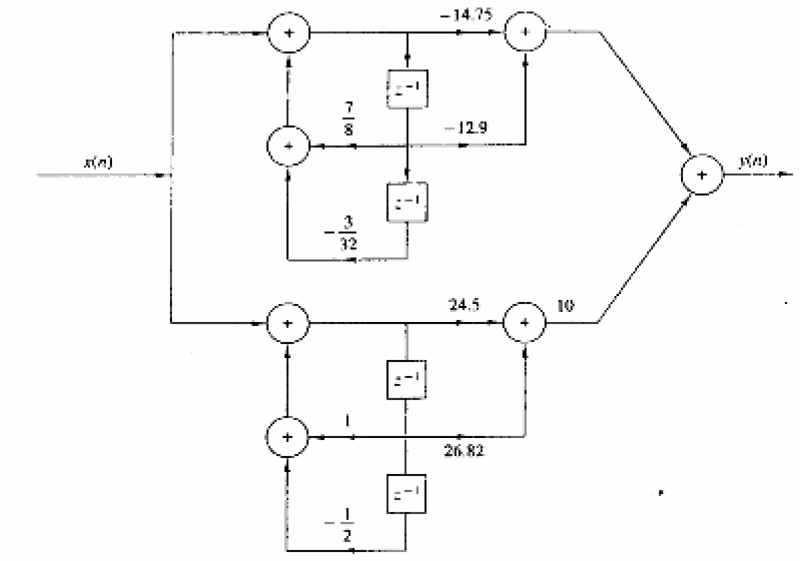
$$H(z) = \frac{A_1}{\left(1-\frac{3}{4}z^{-1}\right)} + \frac{A_2}{\left(1-\frac{1}{8}z^{-1}\right)} + \frac{A_3}{\left(1-\left(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)z^{-1}\right)} + \frac{A_3^*}{\left(1-\left(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)z^{-1}\right)}$$

Nilai A_1, A_2, A_3 dan $A_3{}^*$ yang akan ditentukan.

Dengan perhitungan diperoleh :

$$H(z) = \frac{-14{,}75 - 12{,}90z^{-1}}{1-\frac{7}{8}z^{-1}+\frac{3}{32}z^{-2}} + \frac{24{,}50+26{,}82z^{-1}}{1-z^{-1}+\frac{1}{2}z^{-2}}$$

Sehingga diagram blok realisasi paralelnya:



1.8 Struktur Frequency Sampling

H(ω) didefinisikan pada:

$$w_k = \frac{2p}{M}(k + a)$$

k = 0, 1, …, M-1/2 M odd

k = 0, 1, …, (M/2)-1 M even

α = 0 or 1/2

ω_k merupakan titik sample

$$H(w) = \sum_{n=0}^{M-1} h(n)e^{-jwn}$$

Spesifikasikan H(w) pada ω_k:

$$H(k + a) = H\left(\frac{2p}{M}(k + a)\right)$$

$$= \sum_{n=0}^{M-1} h(n)e^{-j2p(k+a)n/m} \qquad k = 0, 1, \ldots M\text{-}1$$

Jika α = 0, persamaan menjadi DFT (*Discret Fourier Transform*)

Persamaan di atas dapat diuraikan menjadi:

$$h(n) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} H(k + a)e^{j2p(k+a)n/M} \qquad n = 0, \ldots M - 1$$

Jika α = 0, persamaan menjadi IDFT (*Inverse Discret Fourier Transform*)

Kemudian dicari Z-transform dari h(n):

$$H(z)=\sum_{n=0}^{M-1}\left[\frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1}H(k+a)e^{j2p(k+a)n/M}\right]z^{-n}$$

$$=\sum_{k=0}^{M-1}H(k+a)\left[\frac{1}{M}\sum_{n=0}^{M-1}\left(e^{j2p(k+a)n/M}z^{-1}\right)^{n}\right]$$

$$=\frac{1-z^{-M}e^{j2pa}}{M}\sum_{k=0}^{M-1}\frac{H(k+a)}{1-e^{j2p(k+a)n/M}z^{-1}}$$

Realisasi dengan memecah H(z) menjadi

$H(z) = H_1(z)\, H_2(z)$

Untuk All zeros (Filter Comb)

$H_1(z)$ dan $H_2(z)$ ditentukan:

$H_1(z)=\frac{1}{M}\left(1-z^{-M}e^{j2pa}\right)$ menghasilkan $z_k = e^{j2p(k+a)/M}$, k = 0, 1, …,M-1

$$H_2(z)=\sum_{k=0}^{M-1}\frac{H(k+a)}{1-e^{j2p(k+a)/m}z^{-1}}$$

Bank paralel dari filter single-pole menghasilkan frekuensi resonan.

$p_k = e^{j2p(k+a)/M}$ k = 0, 1, …, M-1

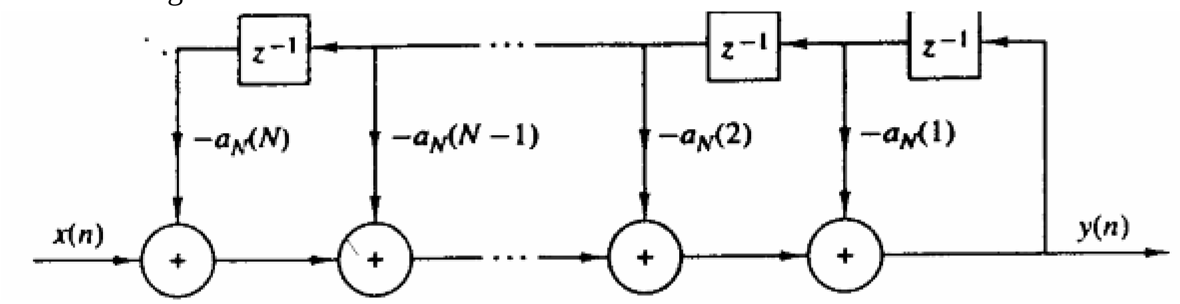
Terlihat, bahwa zero dan pole terjadi pada lokasi sama.

1.6 Struktur Lattice

Fungsi sistem all-pole

$$H(z)=\frac{1}{1+\sum_{k=1}^{N}a_N(k)z^{-k}}=\frac{1}{A_N(z)}$$

Realisasi dengan struktur direct form:



Persamaan perbedaan sistem:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_N(k)\, y(n-k) + x(n)$$

Dengan mengubah aturan *input* dan *output* (mengubah x(n) dengan y(n)) diperoleh:

$$x(n) = -\sum_{k=1}^{N} a_N(k)\, x(n-k) + y(n)$$

Definisikan *input*:

$$x(n) = f_N(n)$$

Output:

$$y(n) = f_0(n)$$

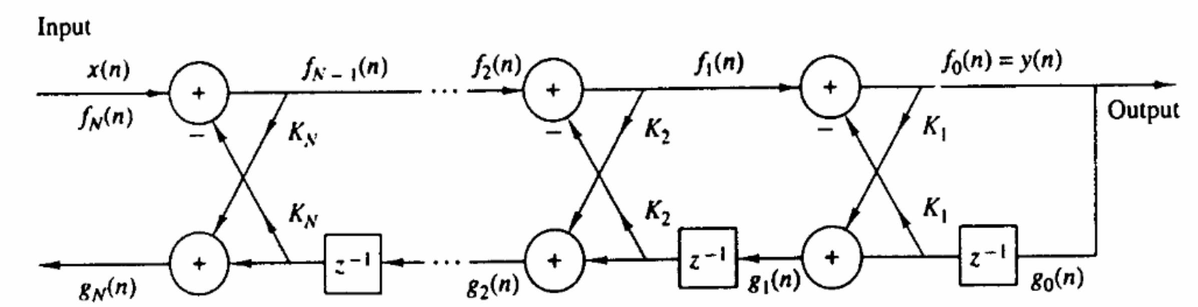
Kuantitas {fm(n)} dihitung secara mundur : $f_N(n), f_{N-1}(n)$,....
Persamaan filter lattice:

$$f_{m-1}(n) = f_m(n) - K_m g_{m-1}(n-1) \qquad m = N, N-1, \ldots, 1$$

$$g_m(n) = K_m f_{m-1}(n-1) + g_{m-1}(n-1) \qquad m = N, N-1, \ldots, 1$$

$$y(n) = f_0(n) = g_0(n)$$

Struktur dari persamaan di atas adalah:



Contoh: untuk N=2 → sistem 2-pole
Persamaan sistemnya:

$$f_2(n) = x(n)\,,\; f_1(n) = f_2(n) - K_2 g_1(n-1)\,,\; f_0(n) = f_1(n) - K_1 g_0(n-1)$$

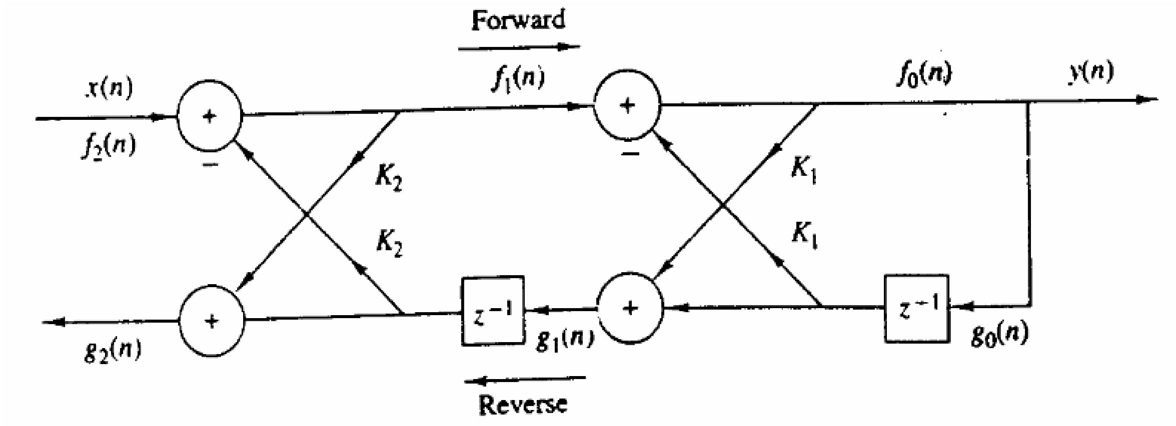
$$g_2(n) = K_2 f_1(n-1) + g_1(n-1)\,,\; g_1(n) = K_1 f_0(n-1) + g_0(n-1)$$

$$y(n) = f_0(n) = g_0(n)$$

$$y(n) = x(n) - K_1(1+K_2)y(n-1) - K_2 y(n-2)$$ → IIR dua-pole

$$g_2(n) = K_2 y(n) + K_1(1+K_2)y(n-1) + y(n-2)$$ → FIR dua-zero

Strukturnya adalah sebagai berikut:



Fungsi sistem IIR all-pole adalah:

$$H_a(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{F_0(z)}{F_m(z)} = \frac{1}{A_m(z)}$$

Fungsi sistem FIR all-zore adalah

$$H_b(z) = \frac{G_m(z)}{Y(z)} = \frac{G_m(z)}{G_0(z)} = B_m(z)$$

2. Struktur Filter FIR

Fungsi sistem filter FIR dinyatakan sebagai berikut:

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_{M-1} z^{1-M} = \sum_{n=0}^{M-1} b_n z^{-n}$$

Sehingga tanggapan impuls h(n) adalah

$$h(n) = \begin{cases} b_n & untuk \ 0 \le n \le M-1 \\ 0 & untuk \ \ yang \ lain \end{cases}$$

Dan persamaan diferensialnya menjadi:

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \ldots + b_{M-1} x(n-M+1)$$

Yang merupakan diferensialnya menjadi:

Orde filter FIR adalah (M-1) sedangkan panjang filter adalah M (yaitu sama dengan jumlah koefisien yang ada). Struktur filter FIR selalu bersifat stabil dan relatif sederahana jika dibandingkan dengan struktur IIR. Lebih jauh, filter FIR dapat dirancang supaya mempunyai tanggapan fase linear yang sangat bermanfaat dalam beberapa aplikasi tertentu.

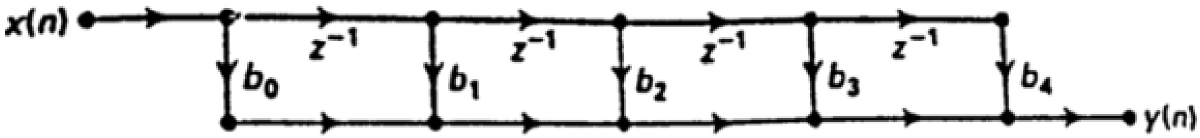
Terdapat beberapa struktur filter FIR, yaitu:

1. Bentuk langsung,
2. Bentuk kaskade,
3. Bentuk fase linear frekuensi.

Dalam pembahasan ini hanya akan dijelaskan bentuk yang pertama. Misalnya panjang filter M=5 (yaitu filter FIR orde 4), maka persamaan (6) menjadi

$$y(n) = b_0\,x(n) + b_1\,x(n-1) + b_2\,x(n-2) + b_3\,x(n-3) + b_4\,x(n-4)$$

Dan struktur bentuk langsungnya diilustrasikan pada gambar berikut.



Tampak bahwa persamaan tersebut diimplementasikan sebagai garis tunda sadapan (*tapped delay lines*) karena tidak terdapat jalur umpan balik atau *feed back.*

Contoh

Filter FIR dinyatakan dengan diferensial sbb:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{|5-k|} x(n-k)$$

Tentukan diagram blok struktur bentuk langsungnya

Penyelesaian:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{|5-k|} x(n-k)$$

$$y(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 x(n) + \left(\frac{1}{2}\right)^4 x(n-1) + \left(\frac{1}{2}\right)^3 x(n-2) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 x(n-3) + \left(\frac{1}{2}\right) x(n-4) + x(n-5)$$

$$+ \left(\frac{1}{2}\right) x(n-6) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 x(n-7) + \left(\frac{1}{2}\right)^3 x(n-8) + \left(\frac{1}{2}\right)^4 x(n-9) + \left(\frac{1}{2}\right)^5 x(n-10)$$

Atau

$$y(n) = 0{,}03125\,x(n) + 0{,}0625\,x(n-1) + 0{,}125\,x(n-2) + 0{,}25\,x(n-3) + 0{,}5\,x(n-4)$$

$$+ x(n-5) + 0{,}5\,x(n-6) + 0{,}25\,x(n-7) + 0{,}125\,x(n-8) + 0{,}0625\,x(n-9)$$

$$+ 0.03125\,x(n-10)$$

$b_0 = 0{,}03125$

$b_1 = 0{,}0625$

$b_2 = 0{,}125$

$b_3 = 0{,}25$

$b_4 = 0{,}5$

$b_5 = 1$

$b_6 = 0{,}5$

$b_7 = 0{,}25$

$b_8 = 0{,}125$

$b_9 = 0{,}0625$

$b_{10} = 0{,}03125$

Cobalah gambar diagram blok struktur bentuk langsung sendiri.

Soal:

$$H(z) = 2\left(\frac{1 + 0z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2}}\right)\left(\frac{2 - z^{-1}}{1 - 0.75z^{-1}}\right)$$

Gambarkan struktur direct form I dan II